

Integration. Produktregel (2)

Das Integral

$$\mathfrak{I} = \int x \cdot e^{-2x} \cdot dx$$

ist ein Produkt der Faktoren

$$u(x) = x$$

$$v'(x) = e^{-2x}$$

Dann ergibt sich mit

$$u'(x) = 1$$

$$v(x) = -x^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot e^{-2x}$$

bei partieller Integration

$$\begin{aligned}\mathfrak{I} &= x \cdot \left(\frac{-1}{2}\right) \cdot e^{-2x} - \int 1 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot e^{-2x} \cdot dx \\ &= -x \cdot \frac{1}{2} \cdot e^{-2x} - \left(\frac{-1}{2}\right) \int (e^{-2x}) \cdot dx \\ &= -x \cdot \frac{1}{2} \cdot e^{-2x} - \left(\frac{-1}{2}\right) \cdot \left(\frac{-1}{2}\right) \cdot \int (-2 \cdot e^{-2x}) \cdot dx \\ &= -x \cdot \frac{1}{2} \cdot e^{-2x} - \left(\frac{1}{4}\right) \cdot e^{-2x} \\ &= \frac{1}{2} \cdot e^{-2x} \cdot \left(-x - \frac{1}{2}\right) \\ &= -\frac{1}{2} \cdot e^{-2x} \cdot \left(x + \frac{1}{2}\right)\end{aligned}$$

Also ist

$$\int x \cdot e^{-2x} \cdot dx = -\frac{1}{2} \cdot e^{-2x} \cdot \left(x + \frac{1}{2}\right) + C$$