

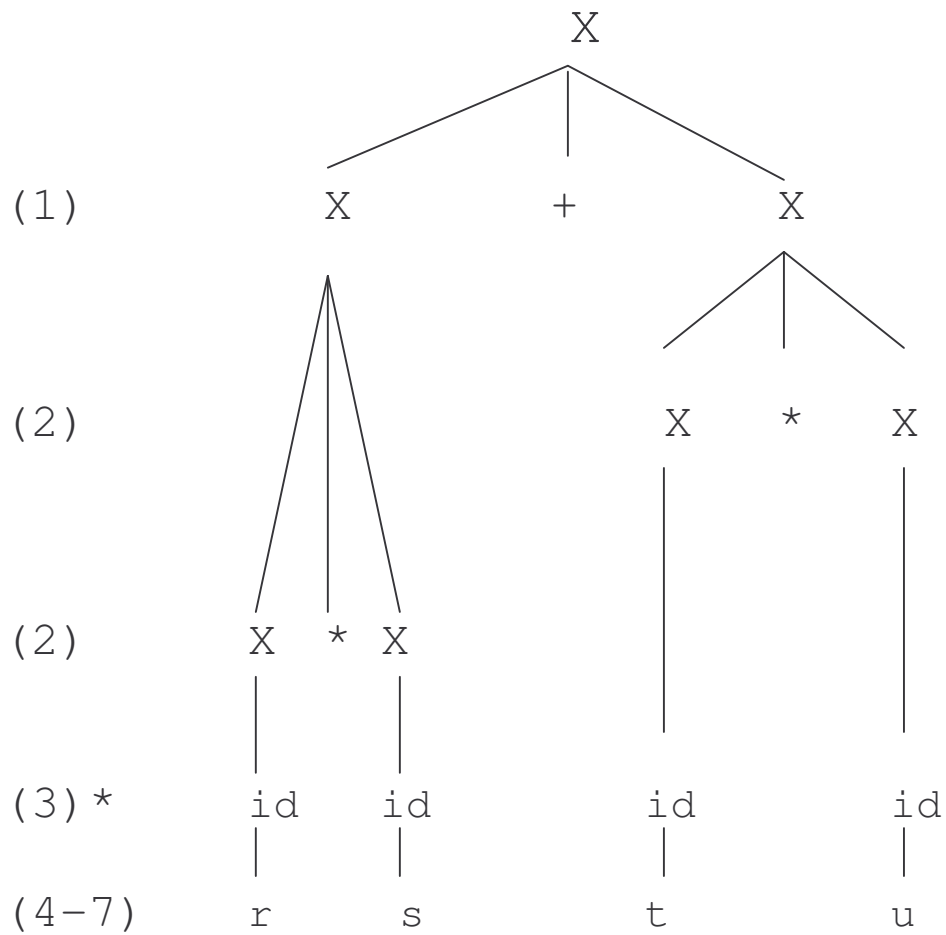
Numeriert man die Produktionsregeln der Grammatik G von oben nach unten mit (1) bis (7), so läßt sich der Ausdruck $r*s+t*u$ durch die sukzessive Anwendung der Produktionsregeln (1)(2)(2)(3)*(4)(5)(6)(7) ableiten. Dabei ergibt sich die Ableitung schrittweise wie folgt:

$$\begin{aligned}
 (1) \quad X &= X + \mathbf{X} \\
 (2) \quad &= \mathbf{X} + X * X \\
 (2) \quad &= X * X + X * X \\
 (3) * \quad &= \text{id} * \text{id} + \text{id} * \text{id} \\
 (4-7) \quad &= r * s + t * u
 \end{aligned}$$

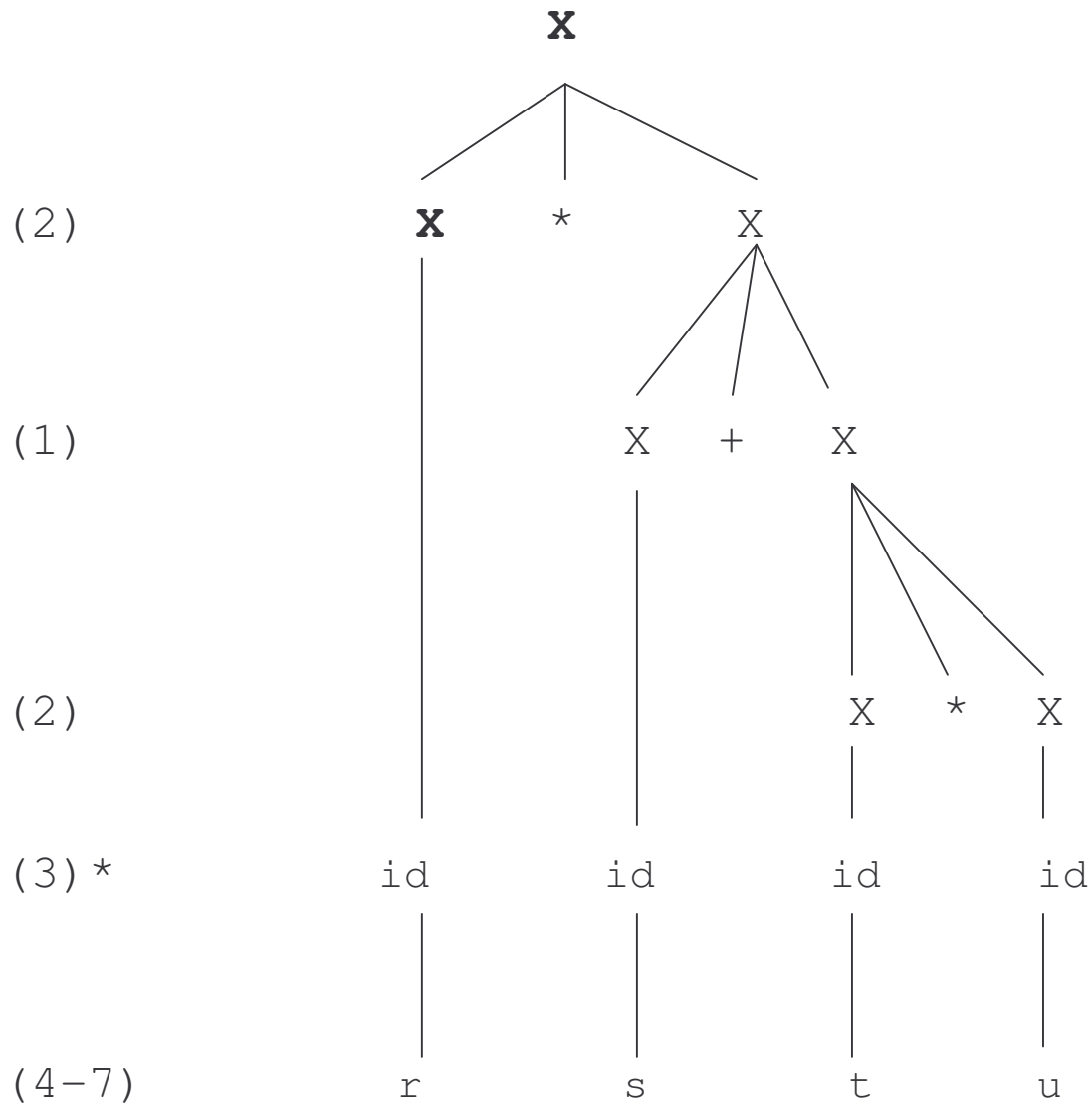
Um zu zeigen, daß die Grammatik G mehrdeutig ist, genügt es zu zeigen, daß es eine weitere Ableitung des Ausdrucks $r*s+t*u$ in G gibt. Eine zweite Ableitung des Ausdrucks $r*s+t*u$ ergibt sich durch die sukzessive Anwendung der Produktionsregeln (2)(1)(2)(3)*(4)(5)(6)(7). Dabei ergibt sich die Ableitung schrittweise wie folgt:

$$\begin{aligned}
 (2) \quad X &= X * \mathbf{X} \\
 (1) \quad &= X * X + \mathbf{X} \\
 (2) \quad &= X * X + X * X \\
 (3) * \quad &= \text{id} * \text{id} + \text{id} * \text{id} \\
 (4-7) \quad &= r * s + t * u
 \end{aligned}$$

Die Ableitung (1)(2)(2)(3)*(4)(5)(6)(7) lässt sich durch folgenden Ableitungsbaum darstellen.



Die Ableitung (2)(1)(2)(3)* (4)(5)(6)(7) lässt sich durch folgenden Ableitungsbaum darstellen.¹



¹ Es handelt sich hier um eine Rechtsableitung.