(1.3-4) Umrechnung vom Dual- ins Hexadezimalsystem

Bestimmen Sie die duale Darstellung von 483_{10} und zeigen Sie, daß nach 1.3.3.2. natürliche Zahlen $k, m \in \mathbb{N}$ existieren, so daß für geeignete $i, j \in \mathbb{N}$ gilt:

(15) $$\Sigma a_i * 2^i = \Sigma b_j * 16^j$$

(1.3-4) Lösungsskizze

Der Dezimalzahl 483_{10} entspricht die Dualzahl

$$\Sigma \; a_i * 2^{i} \quad \text{mit } i = 0, 1, ..., 11$$

und mit $a_0 = 1$, $a_1 = 1$, $a_2 = 0$, $a_3 = 0$, $a_4 = 0$, $a_5 = 1$, $a_6 = 1$, $a_7 = 1$, $a_8 = 1$, $a_9 = 0$, $a_{10} = 0$, $a_{11} = 0$. Dann existiert auch eine hexadezimale Darstellung von 483_{10} der Form

$$\Sigma \; b_j \, 16^{j} \quad \text{mit } j = 0,1, 2$$

mit

$$b_0 = \Sigma \; a_i * 2^{i} \qquad \text{mit } i = 0, 1, 2, 3$$

$$b_1 = \Sigma \; a_i * 2^{i \bmod 4} \qquad \text{mit } i = 4, 5, 6, 7 .$$

$$b_2 = \Sigma \; a_i * 2^{i \bmod 4} \qquad \text{mit } i = 8, 9, 10, 11 .$$

Hier gilt insbesondere

$$\begin{aligned}
b_0 &= a_0 * 2^0 + a_1 * 2^1 + a_2 * 2^2 + a_3 * 2^3 = 1*1 + 1*2 + 0*4 + 0*3 = 3 \\
b_1 &= a_4 * 2^{4 \bmod 4} + a_5 * 2^{5 \bmod 4} + a_6 * 2^{6 \bmod 4} + a_7 * 2^{7 \bmod 4} \\
&= 0*2^0 + 1*2^1 + 1*2^2 + 1*2^3 \\
&= 0_{10} + 2_{10} + 4_{10} + 8_{10} \\
&= 14_{10} = E_{16} \\
b_2 &= a_8 * 2^{8 \bmod 4} + a_9 * 2^{9 \bmod 4} + a_{10} * 2^{10 \bmod 4} + a_{11} * 2^{11 \bmod 4} \\
&= 1*2^0 + 0*2^1 + 0*2^2 + 0*2^3 \\
&= 1_{10} + 0_{10} + 0_{10} + 0_{10} \\
&= 1_{10} = 1_{16}
\end{aligned}$$

Die der Dualzahl $[111100011]_2$ entsprechende hexadezimale Zahl ist also $[1E3]_{16}$. Es gilt also

$$[1E3]_{16} = 1*16^2 + 14*16^1 + 3*16^0 = 483_{10}$$

Also gilt mit den oben berechneten Koeffizienten a_i, b_j analog zu (15) die Gleichung

(15') $$\Sigma a_i * 2^i = \Sigma b_j * 16^j$$

erfüllen. Dies war zu zeigen.