

Gewinne beim Lotto „6 aus 49“

Beim Lotto „6 aus 49“ sei ein Einsatz von 2,00 EUR pro Spiel erforderlich. Die Zufallsvariable X bezeichne die Anzahl der „Richtigen“. Die entsprechenden Quoten A_i ergeben sich aus der Tabelle:

Anzahl_Richtige x_i	Ausschüttung A_i bei $X=x_i$ [in EUR]	$W (X=x_i)$
0	0,00	0,4359649755
1	0,00	0,4130194505
2	0,00	0,1323780290
3	5,40	0,0176504039
4	540,00	0,0009686197
5	54000,00	0,0000184499
6	A_6	0,0000000715

Wie groß kann die Ausschüttung A_6 bei 6 „Richtigen“ sein ?

Bemerkung

Bezeichne die Zufallsvariable G die Gewinnfunktion des Betreibers der Lotterie. Das Spiel ist für den Betreiber vorteilhaft, wenn gilt:

$$E (G) > 0$$

Das Spiel ist für den Lottospieler vorteilhaft, wenn gilt:

$$E (G) < 0$$

Das Spiel ist ausgeglichen, wenn gilt:

$$E (G) = 0$$

Gewinne beim Lotto „6 aus 49“

Die vom Betreiber einzukalkulierende Ausschüttung ist gleich dem Erwartungswert $E(A)$ der Zufallsvariablen Ausschüttung und es gilt

$$\begin{aligned} E(A) &= \sum_{i=0..6} W(X=x_i) * A_i \\ &= \sum_{i=0..5} W(X=x_i) * A_i + 7,15 * 10^{-8} * A_6 \end{aligned}$$

Da der Einsatz 2,00 EUR pro Spiel beträgt, ist der Erwartungswert $E(G)$ des Gewinns des Betreibers gegeben durch die Gleichung

$$\begin{aligned} E(G) &= 2,00 - E(A) \quad [\text{EUR}] \\ &= 2,00 - \left(\sum_{i=0..5} W(X=x_i) * A_i + 7,15 * 10^{-8} * A_6 \right) \quad [\text{EUR}] \end{aligned}$$

Soll das Lotto „6 aus 49“ *ausgeglichen* sein, muß gelten

$$\begin{aligned} 0 &= E(G) \\ 0 &= 2,00 - \sum_{i=0..5} W(X=x_i) * A_i - 7,15 * 10^{-8} * A_6 \quad [\text{EUR}] \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich

$$A_6 = \frac{2,00 - \sum_{i=0..5} W(X=x_i) * A_i}{7,15 * 10^{-8}} \quad [\text{EUR}]$$