

# **Modul Mathematik Grundlagen I**

## **(BA)**

Dr. Andreas Harder / Hugo Krause

1. Semester (Januar- März 2007)

### **1. Grundlagen I: Gleichungen**

#### **1.1. Nullstellen von Polynomen**

##### 1.1.1. lineare Gleichungen

1.1.1.1. form

1.1.1.2. Lösbarkeit linearer Gleichungen

##### 1.1.2. quadratische Gleichungen

1.1.2.1. Lösbarkeit quadratischer Gleichungen

1.1.2.2. reelle Lösungen quadratischer Gleichungen

1.1.2.3. komplexe Lösungen quadratischer Gleichungen

1.1.2.4.

##### 1.1.3. Gleichungen 3. Grades

1.1.3.1. ermitteln der 1. Lösung

1.1.3.2. Polynomdivision

1.1.3.3. Linearfaktorzerlegung

1.1.3.4. Lösbarkeit von Gleichungen 3. Grades

1.1.3.5. Näherungsverfahren

1.1.4. definition Polynom

1.1.5. Fundamentalsatz der Algebra

#### **1.2. Sonderfälle von Gleichungen höheren Grades**

#### **1.3. Exponentialgleichungen**

### **2. Funktionen und Relationen**

#### **2.1. Relation**

2.1.1. Beispiel Relation: Einheitskreis

2.1.2. Beispiel Ellipse

2.1.3. Relation: Wurzelfunktion

#### **2.2. Funktionsbegriff**

#### **2.3. Klassifikation von Funktionen**

##### 2.3.1. rationale Funktionen

2.3.2. ganz rationale Funktionen

2.3.3. gebrochen rationale Funktionen

2.3.4. echt gebrochen rationale Funktionen

2.3.5. unecht gebrochen rationale Funktionen

##### 2.3.6. trigonometrische Funktionen

##### 2.3.7. Exponentialfunktion

### 2.3.8. logarithmusfunktion

- 2.3.8.1. definition
- 2.3.8.2. die logarithmusfunktion als umkehrfunktion der exponentialfkt.
- 2.3.8.3. umrechnung von logarithmen

### 2.3.9. besondere funktionen

- 2.3.10. sign(x)
- 2.3.11. abs(x)
- 2.3.12. treppenfunktionen

## **2.4. eigenschaften von funktionen**

### 2.4.1. monotonie

- 2.4.1.1. monoton wachsend (fallend)
- 2.4.1.2. streng monoton wachsend (fallend)
- 2.4.1.3. beispiel  $f(x)=x^2$

### 2.4.2. krümmung

### 2.4.3. lokale extrema

### 2.4.4. exkurs: folgen als spezielle funktionen und grenzwerte von folgen

#### 2.4.4.1. arithmetische folge

#### 2.4.4.2. arithmetische reihe

- 2.4.4.2.1. partialsummen
- 2.4.4.2.2. summenformeln

#### 2.4.4.3. grenzwerte von folgen

- 2.4.4.3.1. beispiel  $\langle 1+1/n \rangle$
- 2.4.4.3.2. kriterium (*Cauchy*)

### 2.4.5. stetigkeit

- 2.4.5.1. definition stetigkeit
- 2.4.5.2. beispiel stetigkeit  $x^2$
- 2.4.5.3. beispiel unstetigkeit sign(x)

### 2.4.6. steigung

- 2.4.6.1. steigung linearer funktionen
- 2.4.6.2. steigung nichtlinearer funktionen
- 2.4.6.3. tangentialproblem
- 2.4.6.4. differentialquotient

### 2.4.6.5. ableitungsregeln für funktionen einer variablen

#### 2.4.6.5.1. ableitung von polynomen

- 2.4.6.5.1.1. produktregel
- 2.4.6.5.1.2. kettenregel
- 2.4.6.5.1.3. quotientenregel
  - 2.4.6.5.1.3.1. formel
  - 2.4.6.5.1.3.2. beweis quotientenregel

#### 2.4.6.5.2. ableitung nichtrationaler funktionen (25.1.07)

#### 2.4.6.5.2.1. trigonometrische Funktionen

- 2.4.6.5.2.1.1.  $\sin(x)$
- 2.4.6.5.2.1.2.  $\cos(x)$
- 2.4.6.5.2.1.3. lösungshinweis  $\tan(x)$ , pythagoras
- 2.4.6.5.2.1.4.

#### 2.4.6.5.2.2. exponentialfunktion

- 2.4.6.5.2.2.1. differentialquotient
- 2.4.6.5.2.2.2. grenzwert (-> Fichtenholz I, Nr. 77)
- 2.4.6.5.2.2.3.
- 2.4.6.5.2.3. logarithmusfunktion

#### 2.4.6.6. partielle ableitungen

- 2.4.6.6.1. funktionen von zwei veränderlichen
- 2.4.6.6.2. beispiel:  $f(x,y) = x^2 + y^2$

#### 2.4.6.6.3. graphik:

- 2.4.6.6.3.1. schnitt (x,z)-Ebene
- 2.4.6.6.3.2. schnitt (y,z)-Ebene
- 2.4.6.6.3.3. 3D-darstellung

#### 2.4.6.6.4. partielles differenzieren

- 2.4.6.6.4.1. partielle ableitung nach x
- 2.4.6.6.4.2. partielle ableitung nach y
- 2.4.6.6.4.3. totale ableitung
- 2.4.6.6.4.4. berechnungsbeispiel  $f(x,y) = (x^2 + y^2)^2$

### 3. anwendung der differentialrechnung: ökonomische funktionen

#### 3.1. extremwertprobleme

- 3.1.1. bedingungen für extremwerte
- 3.1.2. materialverbrauch
- 3.1.3. kostenminimum
- 3.1.4. lagerhaltung
- 3.1.5.

#### 3.2. nachfrage- und Angebot

##### 3.2.1.1. nachfragefunktion

- 3.2.1.1.1. lineare nachfragefunktionen
- 3.2.1.1.2. sättigungsmenge
- 3.2.1.1.3. nichtlineare nachfragefunktion
- 3.2.1.1.3.1. quadratische nachfragefunktion
- 3.2.1.1.3.2. abschnittsweise definierte nachfragefunktion

#### 3.3. angebotsfunktion

#### 3.4. marktgleichgewicht

- 3.4.1. gleichgewichtsbedingung
- 3.4.2. berechnungsbeispiel

#### 3.4.3. preisregulierung

- 3.4.3.1. mindestpreise und angebotsüberhang
- 3.4.3.2. höchstpreise und nachfrageüberhang

### **3.5. umsatzfunktion**

3.5.1. definition

3.5.2. beispiel

3.5.3. grenzumsatz

3.5.4. ableitung der umsatzfunktion

3.5.5. beispiel

### **3.5.6. kostenfunktion**

3.5.6.1. begriff ertragsgesetzliche kostenfunktion

3.5.6.2. beispiel

#### **3.5.6.3. grenzkosten**

3.5.6.3.1. ableitung der kostenfunktion

3.5.6.3.2. berechnungsbeispiel

#### **3.5.6.4. gewinnfunktion**

3.5.6.4.1. definition

#### **3.5.6.4.2. gewinnmaximierung**

3.5.6.4.2.1. ableitung der gewinnfunktion

3.5.6.4.2.2. bedingung  $GK=GU$

3.5.6.4.2.3. grafische darstellung

3.5.6.4.2.4. cournot-punkt

### **3.6. weitergehende eigenschaften der nachfrage**

3.6.1.1. elastizität

#### **3.6.1.2. konsumentenrente**

3.6.1.2.1. preisdifferenzierung

#### **3.6.1.3. substitution von zwei gütern**

3.6.1.3.1. *Lagrange*-multiplikatoren

3.6.1.3.2. nutzenoptimierung

3.6.1.3.3. nutzenfunktion

3.6.1.3.4. grenznutzen

3.6.1.3.5. berechnungsbeispiel

## **4. lineare algebra**

### **4.1. vektoren und matrisen**

#### **4.1.1. vektoren**

4.1.1.1. vektoroperationen

4.1.1.2. vektoraddition

4.1.1.3. skalarprodukt von vektoren

#### **4.1.2. matrisen**

4.1.2.1. addition von matrisen

#### **4.1.2.2. multiplikation von matrisen**

- 4.1.2.2.1. produkte von matrizen
- 4.1.2.2.2. nichtkommutativität der matrizenmultiplikation

4.1.2.3. geometrische deutung von matrizen

4.1.2.4. ökonomische bedeutung von matrizen

- 4.1.2.4.1. markovketten
- 4.1.2.4.2. absatzpognose
- 4.1.2.4.3. warteschlangen

4.1.2.5. einheitsmatrix

- 4.1.2.5.1. definition
- 4.1.2.5.2. beispielaufgaben

4.1.3. determinanten

- 4.1.3.1. zweireihige determinanten
- 4.1.3.2. höhere determinanten
- 4.1.3.3. entwicklungssatz für determinanten

4.1.4. inverse matrix

- 4.1.4.1. Kriterium  $|A| \neq 0$
- 4.1.4.2.  $A \cdot A^{-1} = E$
- 4.1.4.3. inverse matrizen von (2,2)-matrizen
- 4.1.4.4. inverse matrizen von (n,n)-matrizen
- 4.1.4.5. gauss-jordan-algorithmus
- 4.1.4.6. anwendungsbeispiel

**4.2. lineare Gleichungssysteme**

- 4.2.1. matrizenschreibweise linearer gleichungssysteme
- 4.2.2. satz  $x = A^{-1} b$

4.2.3. ökonomische bedeutung der inversen matrix

- 4.2.3.1. istkostenverfahren
- 4.2.3.2. leontieff-modell
- 4.2.3.3. produktionsplanung: stücklisten, gozinto-graph

**4.3. lineare optimierung**

- 4.3.1. zielkonflikte
- 4.3.2. typologie von optimierungsproblemen

4.3.3. maximumaufgabe

- 4.3.3.1. beispiel :kapazitätsproblem
- 4.3.3.2. allgemeine form des maximumproblems
- 4.3.3.3. graphisches lösungsverfahren

4.3.3.4. extremwerte linearer funktionen

- 4.3.3.4.1. konvexe polyeder
- 4.3.3.4.2. hauptsatz der linearen optimierung
- 4.3.3.4.3. komplexität von algorithmen

#### 4.3.4. simplexalgorithmus