

## Aufgabe Z2

Gegeben seien für ein Produkt die Preis-Absatzfunktion

$$p(x) = 10 - 0,05 * x$$

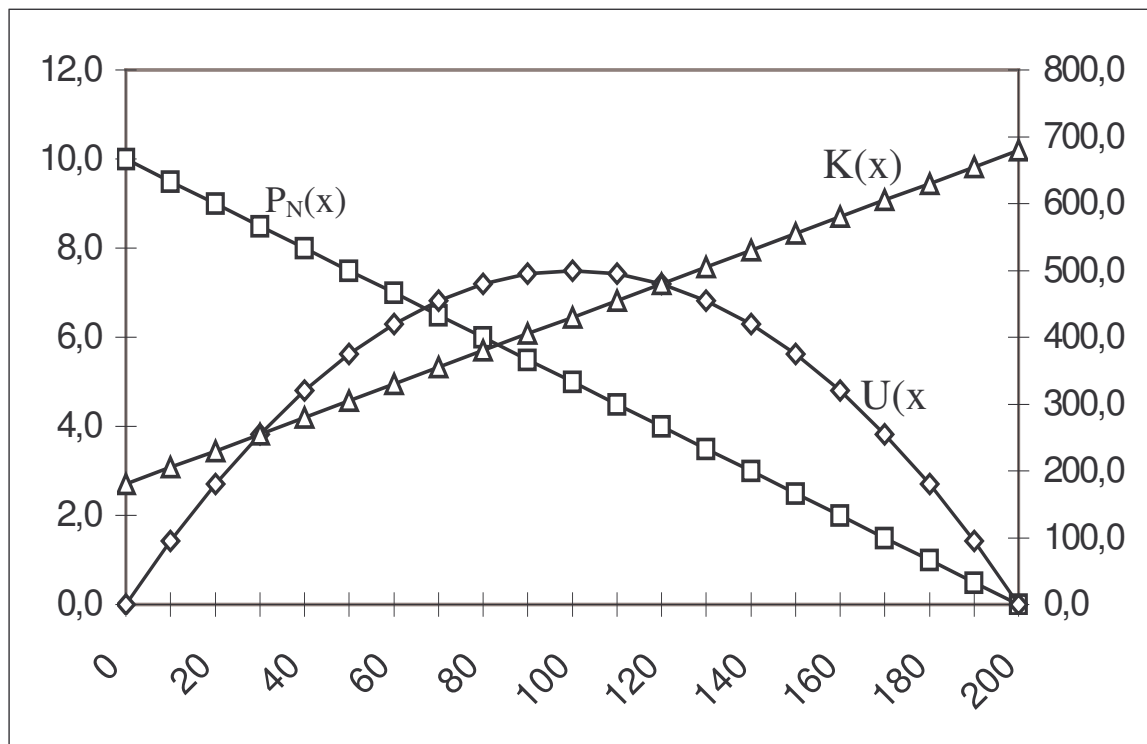
Damit ist die Umsatzfunktion

$$U(x) = 10 * x - 0,05 * x^2$$

Gegeben sei auch die Kostenfunktion  $K$  mit

$$K(x) = 180 + 2,5 * x$$

### 1. Graphische Darstellung



### 2. Intervall positiver Gewinne

Das Intervall, in dem die Umsatzfunktion die Kostenfunktion übersteigt, sind zu berechnen. Die Bestimmungsgleichung für die (beiden) Schnittpunkte von  $K(x)$  und  $U(x)$  ist

$$K(x) = U(x)$$

$$180 + 2,5x = 10 * x - 0,05 * x^2$$

$$0 = -0,05 * x^2 + 7,5 * x - 180$$

$$0 = x^2 - 150 * x + 3600$$

Daraus ergeben sich die folgenden Intervallgrenzen:

$$x_1 = 75 + \sqrt{75^2 - 3600}$$

$$x_2 = 75 - \sqrt{75^2 - 3600}$$

$$x_2 = 120$$

$$x_2 = 30$$

### 3. Grenzumsatz und Grenzkosten

Der Grenzumsatz ist

$$U'(x) = 10 - 0,1 * x$$

Die Grenzkosten sind hier konstant. Es gilt

$$K'(x) = 2,5$$

### 4. Absatzpreis $p_C$ der gewinnmaximalen Absatzmenge

Die Bestimmungsgleichung für die x-Koordinate des Cournot-Punkts ist durch die Gleichsetzung von Grenzumsatz und Grenzkosten gegeben. Es gilt:

$$K'(x) = U'(x)$$

$$2,5 = 10 - 0,1 * x$$

$$-7,5 = -0,1 * x$$

$$x_C = 75$$

Setzen wir diesen Wert in die Funktionen  $K$ ,  $U$ ,  $p$  und  $G$  ein, ergeben sich folgende Werte:

$$K(75) = 367,5$$

$$U(75) = 468,8$$

$$p(75) = 6,25$$

$$G(75) = 101,3$$

5. Elastizität der Nachfrage im Absatzpreis der gewinnmaximalen Absatzmenge

Die Nachfrageelastizität des Preises ist die prozentuale Änderung der Menge bei einer Änderung des Preises um 1 Prozent.

$$(1) \quad p(x) = 10 - 0,05 x$$

Wir stellen (1) nach  $x$  um und erhalten

$$(2) \quad x(p) = -20 * p + 200$$

Dann gilt auch

$$x'(p) = \frac{\partial x}{\partial p} = -20$$

Die Nachfrageelastizität des Preises, d.h. die prozentuale Änderung der Menge bei einer 1% Änderung des Preises ist

$$e_{N_x}(p) = p * \frac{x_N'(p)}{x_N(p)}$$

Hier gilt

$$e_{N_x}(p) = p * \frac{-20}{-20 p + 200}$$

Für den Preis  $p = 6,25$  gilt

$$e_{N,x}(6,25) = 6,25 * \frac{-20}{200 - 20 * 6,25}$$
$$= -1,66\dots$$

*Kostet das Produkt 6,25 €, dann entspricht eine Mengenänderung von -1,66% einer Preisänderung von 1%. Erhöht sich der Preis um 1 Prozent, dann ergibt sich bei eine Mengenänderung um -1,66%. ("Steigt der Preis um 1 %, sinkt die Menge um 1,66 %").*